



## UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE SOLUÇÕES DA EQUAÇÃO DA ONDA

Gabriel Moreno Vascon (gabrielmorenovascon@gmail.com)  
Vanderléa Rodrigues Bazao (vanderleabazao@ufgd.edu.br)

Dentre os exemplos mais conhecidos de equações diferenciais parciais, destaca-se a equação da onda, como uma equação diferencial parcial de segunda ordem que descreve a propagação de diferentes tipos de ondas (sonoras, luminosas e aquáticas). O estudo dessas equações é fundamental para o avanço científico em áreas como a acústica, eletromagnetismo e dinâmica dos fluidos. A equação da onda é uma equação do tipo:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

sendo  $u_{tt}$  a segunda derivada temporal, enquanto  $u_{xx}$  indica a segunda derivada espacial, e  $c^2$  uma constante. Além disso, em problemas envolvendo equações de ondas, é frequente a presença das condições iniciais e de fronteiras, por exemplo as ondas que se propagam nas cordas de um violão quando a puxamos. As cordas do violão são fixas em suas extremidades e sendo  $L$  o comprimento dessa corda, define-se assim um problema de valores iniciais e de fronteira (PVIF), como:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= c^2 u_{xx}, 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) &= u(L, t) = 0, t = 0 \\ u(x, 0) &= f(x), 0 \leq x \leq L \\ u_t(x, 0) &= g(x), 0 \leq x \leq L \end{aligned}$$

Com a solução  $u$  igual a posição da corda que depende de  $x$  e  $t$ . Por sua vez,  $f$  é uma função contínua que representa o descolamento inicial sofrido pela corda, enquanto  $g$  é uma função também contínua que indica a velocidade inicial da corda. No entanto, determinar soluções para esses problemas é uma tarefa tão interessante quanto difícil. Assim, uma técnica utilizada para a obtenção de tais soluções, quando possível, é a chamada técnica das séries de Fourier, que através da separação de variáveis permite encontrar a chamada solução analítica. Alternativamente, podemos obter as chamadas soluções numéricas por uma modelagem computacional, que consiste em usar determinados recursos computacionais para analisar um modelo que descreve o problema. Nesse caso, para a análise das soluções numéricas se destaca o método das diferenças finitas que é baseado na aproximação das derivadas por quocientes de diferenças. O principal objetivo deste trabalho foi analisar um exemplo da equação da onda, e obter a solução analítica e a solução numérica, com o intuito de fazer uma análise comparativa entre as duas, considerando o erro entre tais soluções e a estabilidade da solução numérica. A solução analítica foi obtida através da técnica das séries de Fourier e a solução numérica pelo método das diferenças finitas usando o software livre Octave. Os resultados obtidos comprovaram a eficiência do método utilizado, devido ao erro desprezível encontrado entre as duas soluções à medida que foi aumentada a quantidade de pontos calculados para obter a solução numérica do problema. Por fim, após a análise dessas soluções foi verificada uma determinada estabilidade para o problema analisado.

Importa ressaltar e agradecer que este trabalho teve o apoio do PIBIC – (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica) da UFGD – (Universidade Federal da Grande Dourados).