APLICAÇÕES DO CONCEITO DE PARTIÇÕES DE INTEIROS POSITIVOS NA TEORIA DE GRUPOS DE PERMUTAÇÕES

PINHEIRO, Gabriel de Freitas[1](freitasgabriel688@gmail.com); **CRAVEIRO, Irene Magalhães**[2] (irenecraveiro@ufgd.edu.br).

[1]Discente do curso de Matemática da UFGD - FACET;
[2]Docente do curso de Matemática da UGFD - FACET

O conjunto das permutações de n objetos forma um grupo com a operação de composição de funções, ou seja, uma permutação é uma função bijetora de um conjunto A em A sendo que A é finito e tem n elementos. Cada permutação pode ser decomposta em produto de ciclos disjuntos, e esta representação é única, a menos pela ordem de seus fatores. A partir disso, tem-se por objetivo neste trabalho definir o conceito de tipo cíclico de uma permutação e as partições de um inteiro n, para assim, podermos estabelecer a relação biunívoca existente entre esses dois conceitos. Dessa forma, denotaremos o grupo das permutações de n objetos por S_n e um elemento $\sigma \in S_n$ pode ter ciclos de mesmo comprimento quando o representamos em produto de ciclos. Dessa forma, definimos o conceito de tipo cíclico de uma permutação $\sigma \in S_n$, ou seja, o tipo cíclico de σ é um monômio nas variáveis $x_{l_1}, x_{l_2}, x_{l_3}, \ldots, x_{l_s}$ que denotamos por $T(\sigma) = x_{l_1}^{k_{l_1}} x_{l_2}^{k_{l_2}} x_{l_3}^{k_{l_3}} \ldots x_{l_s}^{k_{l_s}}$, onde k_{l_j} para $j = 1,2,\ldots,s$ é o número de ciclos de comprimento k_{l_j} que aparecem na decomposição de σ em produto de ciclos. Com o conceito de tipo cíclico, e por meio dos grupos de permutações de n elementos, iremos gerar algumas consequências já conhecidas, para posteriormente definirmos o conceito de partição de um inteiro positivo n exibindo alguns exemplos particulares. Assim, como $\sigma \in S_n$ é uma permutação dos números de $[n]$, então temos n símbolos distribuídos entre todos os ciclos de sua representação, isso implica que $k_1 l_1 + \cdots + k_s l_s = n,$ e pela ordenação $1 \leq l_1 \leq \cdots \leq l_s \leq n$, e definições de k_j, temos então uma partição do inteiro $n = k_1 l_1 + \cdots + k_s l_s$. Reciprocamente, dada uma partição $n = k_1 l_1 + \cdots k_s l_s$, com $k_j, l_j \in [n]$, então é possível encontrar uma permutação $\sigma \in S_n$ com tipo cíclico $T(\sigma) = x_{l_1}^{k_{l_1}} x_{l_2}^{k_{l_2}} x_{l_3}^{k_{l_3}} \ldots x_{l_s}^{k_{l_s}}$. Dessa forma, podemos finalmente estabelecer os resultados que permitirão combinar esses dois conceitos, ou seja, estabelecer uma correspondência bijetora entre tipos cíclicos de elementos de S_n e as partições de um inteiro positivo n.

Palavras-chave: tipos cíclicos, permutações, partição de um inteiro.

Agradecimentos: Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD.